区分的確率近似法の客観的導出法 ～代数的アプローチ～

岡山理科大学総合情報学部　中村　忠
岡山大学教育学部　平井安久
倉敷芸術科学大学産業科学技術学部　渡谷 真吾

ある区間$(a,b]$ $(-\infty < a < b < \infty)$において，ある関数$g(t)$を近似計算するアルゴリズム（または，関数）の有限個の集まりSが得られているものとする．これまでは，得られている個々のアルゴリズムに対し，それぞれのアルゴリズムの絶対誤差あるいは絶対相対誤差を比較して，ある区間ではこのアルゴリズムが良い，別の区間ではあのアルゴリズムが良いといった結論を述べている文献が多い．ここでは，これまでのように数値結果を基にした視覚的な判断をするのではなく，客観的な判断でより良いアルゴリズムを求めたい．そのために，区間$(a,b]$をℓ個に等分割し，通常のアルゴリズムを一般化したアルゴリズム集合$A_1 A_2 \cdots A_\ell$を定義する．ここに各$A_i (1 \le i \le \ell)$は集合Sの部分集合である．このアルゴリズム集合の集まり$\mathscr{A}((a,b],S,\ell)$を導入する．$\mathscr{A}((a,b],S,\ell)$に２つの演算$+$，$\bullet$を導入することにより，$\mathscr{A}((a,b],S,\ell)$はブール代数$\mathscr{A}(S;+,\bullet)$になる．アルゴリズム集合を評価するため，アルゴリズム集合のランクベクトルを定義する．これを用いて，代数構造を持つ集合$\mathscr{A}(S;+,\bullet)$に２つの観点：

(i) “同じ種類のアルゴリズム集合をある程度長い区間において使用する”ということと，“全区間においておなじアルゴリズム集合を採用する”を同程度に良いという評価する；

(ii) コンピュータによる計算過程で生じる誤差，数値処理等で生じる誤差等を考慮して，絶対相対誤差そのものではなく，頑健性をもつランク評価を採用する；

を考慮した評価関数$\varphi(\mathbf{A})$ $(\mathbf{A} \in \mathscr{A}(S;+,\bullet))$を定義する．この評価関数$\varphi(\mathbf{A})$をできるだけ小さくすると基準で，与えられたアルゴリズムの集まりを基にして，より良いアルゴリズムを求めることが本論の目的である．これは最小化問題：$\min\{\varphi(\mathbf{A}); \mathbf{A} \in \mathscr{A}(S;+,\bullet)\}$を解くことと同値である．しかしながら，ブール代数は微分構造を持たないので，最適解を求めるニュートン法のような逐次近似法を用いることができない．最適解の近似解を求めるための逐次法を提案するために，アルゴリズム集合の変形操作の一種である併合化という操作といくつかの結果を準備した．それらを用いて，最適解の近似解を求める手法である併合法を導入した．いくつかの例に併合法を適用してみた結果，いくつかの例では最適解を探索できた．しかしながら，近似解は求めることができても一般的に最適解を探索できるという方法の構築は今後の課題である．また，コンピュータ支援のいるような場合に対しても併合法が有効であるためには併合法を実行できるプログラムが不可欠である．このプログラム開発も課題である．