

1. 緒言

波浪と風の観測データに基づいて変化を予測するための統計的方法論は、近年、様々な観点より研究が行われるようになってきた。海況を特徴付ける物理的要因として、有義波高 (significant waveheight) や波周期、風速、風向に注目することが多いが、これらの要因に関する時間的変動のモデル化を通して海況の予測を行なうことが海洋学の周辺分野における重要なテーマの一つとされてきた。本稿における関心は、上記のモデル化において、角度時系列データの属性をもつ風向データの統計的な取扱いとこれが予測に与える効果にある。これまで提案されてきたモデルの中で、風向は一般的なデータと同様の取扱いをすることが一般的である。しかし、角度データは円周上の値という特有の性質をもつため、これらの特徴を陽に示した統計モデルを記述することによってより高い相関構造を引き出し、その結果として変化の予測を行なう際の精度を向上させる効果をもつ可能性が期待できる。そこで、角度時系列構造を記述した一つのモデルを提案し、これが有義波高の予測精度にどのような効果を与えるかという点について調査を行うことにする。

2. Angular-linear 構造を反映した一つの時系列モデル

以下では、有義波高 WL_t 、風速 WS_t 、及び風向 WD_t が定常な変動をする場合に、過去の観測データに基づき WL_t の変化を予測する問題を考える。本稿では Johnson and Wehrly(1978) の結果を拡張して、風向に関する \sin 変換と \cos 変換、及びその変化に関する時系列構造を考慮に入れた

$$WL_t = m_L + \sum_{i=1}^p \beta_i^{(1)} WL_{t-i} + \sum_{i=1}^p \sum_{k=1}^K \beta_{i,k}^{(3)} \cos(k \cdot WD_{t-i}) + \sum_{i=1}^p \sum_{k=1}^K \beta_{i,k}^{(4)} \sin(k \cdot WD_{t-i}) + \sum_{i=1}^p \beta_i^{(2)} WS_{t-i} + \varepsilon_t^{(1)}, \quad \varepsilon_t^{(1)} \sim WN(0, \sigma_{WL}^2) \quad (1)$$

という形のモデル化を提案する (平均項 m_L 、係数 β は共に未知とする)。この定式化は WS_t 、及び WD_t の \sin 変換、 \cos 変換に関しても形式的に同様な形で行なう。いま

$$\mathbf{y}_t^{(K)} \equiv (WL_t, WS_t, \cos(WD_t), \sin(WD_t), \dots, \cos(K \cdot WD_t), \sin(K \cdot WD_t))' \quad (2)$$

を時点 t における状態と定義したとき、上記で記述されるモデルの全体は

$$\mathbf{y}_t^{(K)} = \mathbf{m}^{(K)} + A_1^{(K)} \mathbf{y}_{t-1}^{(K)} + \dots + A_p^{(K)} \mathbf{y}_{t-p}^{(K)} + \boldsymbol{\delta}_t^{(K)}, \quad \boldsymbol{\delta}_t^{(K)} \sim WN(\mathbf{0}, \Sigma^{(K)}) \quad (3)$$

という形でまとめることができ、多変量自己回帰モデルを構成することができる ($\mathbf{m}^{(K)}$ は未知の平均ベクトル、 $A_i^{(K)}$ ($i = 1, \dots, p$) は未知の係数行列)。従って、(3) の予測量を構成することによって WL_t の予測を行なうことが可能となる。ただし、(3) は次数 K が大きくなると推定すべき未知の係数の個数が多くなるために、パラメータ推定において数値計算上の精度の低下とこれに伴って予測性能が悪化することが予想される。そこで本稿では、(2) において WD_t の \sin , \cos 変換による $2K$ 個の情報を個別に用いる代わりにこれらを合成した

$$\widetilde{WD}_t^{(K)} \equiv \omega_1 \cos(WD_t) + \omega_2 \sin(WD_t) + \dots + \omega_{2K-1} \cos(K \cdot WD_t) + \omega_{2K} \sin(K \cdot WD_t)$$

を用いる。ここで、ウェイト ω はモデル (3) を同定する前の時点で事前に与えられる必要があるが、この選択の方法として主成分分析 (PCA) の方法論を導入する。次数 K と p の選択

については次のようにする。まず、 K を変化させながら $\widetilde{WD}_t^{(K)}$ の時系列と WL_t , WS_t の時系列データとを多変量時系列データとみなして (3) にあてはめ、AIC(Akaike Information Criterion) によって p を選択してモデルを同定する。そして WL_t の予測を行ないながら、最も小さな予測誤差平方和を与えときの K の値を選択する。

3. 波高の予測精度へ与える効果

本稿では、提案されたモデル構造が合理的であるか否かの検証として予測精度に関する数値実験を行なった。実際の観測データは非定常性を有しているため、前節のモデルを Hokimoto et.al(2003) で検討した ARI(Autoregressive Integrated) モデルの形にして、構造の違いによる予測精度の差異を数値的に比較検討することにした。まず、観測データに基づいて外挿により l 期先 (1 期は 1 分間に相当) の有義波高に関する予測値を 5 期先まで求める実験を繰り返して行なった後、得られた実測値と予測値を基に繰返しの実験回数における 1) 絶対予測誤差の平均値 ($MAE(l)$), 2) 実測値に対する絶対予測誤差の比率に関する平均値、そして、3) 両者の相関係数 ($MCORR(l)$) を求めて評価の尺度とした。

以下に次数 p を固定した下で予測実験を行なった際の数値結果の例を示す。表 1 は角度の属性を考慮せずに ARI モデルによって予測した結果に基づく $MAE(l)$ と $MCORR(l)$ の数値結果を示している (繰返し実験の回数は 20 回)。これに対して表 2 は前節で提案した Angular-linear 構造を反映したモデルを用いた場合の結果である。両者の結果を比較すると、後者の予測効率が改善される傾向があることが認められる。数値実験で得られた結果に基づく、Angular-linear 構造をモデルに反映させることによって、角度データを一般的な時系列データとみなして取扱う場合よりも、予測にとって合理的となる可能性が示唆された。

表 1. ARI モデルに基づく予測結果の例

p	MAE					$MCORR$				
	$l=1$	$l=2$	$l=3$	$l=4$	$l=5$	$l=1$	$l=2$	$l=3$	$l=4$	$l=5$
1	0.385	0.446	0.517	0.490	0.585	0.501	0.335	0.200	0.360	0.205
2	0.394	0.454	0.464	0.490	0.582	0.450	0.292	0.258	0.366	0.201
3	0.415	0.500	0.482	0.474	0.601	0.346	0.195	0.159	0.403	0.155
4	0.428	0.518	0.505	0.487	0.613	0.322	0.123	0.081	0.357	0.152
5	0.421	0.528	0.494	0.493	0.604	0.333	0.093	0.063	0.320	0.156

表 2. Angular-linear 構造をもつモデルに基づく予測結果の例 ($K = 25$)

p	MAE					$MCORR$				
	$l=1$	$l=2$	$l=3$	$l=4$	$l=5$	$l=1$	$l=2$	$l=3$	$l=4$	$l=5$
1	0.378	0.445	0.490	0.485	0.600	0.481	0.338	0.234	0.370	0.163
2	0.353	0.435	0.456	0.502	0.574	0.433	0.296	0.259	0.360	0.180
3	0.367	0.440	0.478	0.493	0.575	0.380	0.256	0.174	0.381	0.146
4	0.367	0.446	0.473	0.480	0.571	0.383	0.258	0.178	0.396	0.173
5	0.365	0.439	0.475	0.488	0.576	0.381	0.260	0.171	0.387	0.147

参考文献

1. Johnson, R.A., Wehrly, T.E. (1978). Some Angular-Linear Distributions and Related Regression Models, Journal of the American Statistical Association, 73, 602-606.
2. Hokimoto, T., Kimura, N., Iwamori, T., Amagai, K., Huzii M. (2003). The effects of wind forcing on the dynamic spectrum in wave development: A statistical approach using a parametric model, Journal of Geophysical Research, 108(C10), 5-1-5-12.